

Eesti LXVIII matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
8.detsembril 2020.a. Tallinnas
XII klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Peetri kodu kaugus koolist on 60m võrra suurem, kui Katja kodu kaugus koolist. Ühel hommikul väljusid nad samaaegselt oma kodudest ja hakkasid sõitma jalgrattaga kooli ning jõudsid kooli samal ajal. Kui Peeter oleks läbinud iga minuti jooksul 30m rohkem, ja Katja oleks suurendanud oma kiirust 28 m/min võrra, siis nad oleks samuti jõudnud kooli samaaegselt, kuid 1 min varem. Arvutage välja Peetri ja Katja liikumiskiirused.
2. Leia suurim võimalik naturaalarv n , mille korral $n^2 + 2021n$ oleks mõne naturaalarvu ruut.
3. Ruudu $ABCD$ külgedel BC ja CD valitakse punktid E ja F nii, et kolmnurkade ABE , CEF ja ADF pindalad on vastavalt 30, 12 ja 20 ruutühikut. Leia kolmnurga AEF pindala.
4. Tahvlile on kirjutatud 2020 järjestikust naturaalarvu.
 - a) Kas tahvlile kirjutatud arvude summa saab olla 2137160?
 - b) Leidke vähim naturaalarv n , mida saab esitada nii 7, kui ka 9 ja ka 11 järjestikuse naturaalarvu summana.
5. Kalle uurib kabelauda, milleks on ruudustik mõõtmetega 12×12 , mille ruudud on värvitud kas mustaks või valgeks (kõik ruudupaarid, mis on servapidi ühendatud, on värvitud erinevate värvidega). Ühe käigu jooksul võib nuppu liigutada ühelt ruudult teisele, kui nad omavad ühist tippu, kuid ei jaga ühist serva. Alguses on kabenupp suvalisel mustal ruudul.
 - a) Kas leidub selline nupu esialgne asukoht, kust alustades saame liigutada nuppu läbi kõikide mustade ruutude nii, et igat musta värvi ruutu läbitakse täpselt üks kord? (loeme, et nupp läbis ruutu siis, kui ta asus seal kas käigu alguses või lõpus)
 - b) Reeglitesse lisatakse uus tingimus: ühe käigu jooksul võib nuppu liigutada diagonaalis kas ühe või kahe ruudu võrra. Kui nupp asub alguses ruudustiku mustaks värvitud nurgas, siis kas nüüd on uue reegli lisandumisel võimalik läbida kõik mustad ruudud nii, et igat musta värvi ruutu läbitakse täpselt üks kord? (loeme, et nupp läbis ruutu siis, kui ta asus seal kas käigu alguses või lõpus)